

## چگونه ریاضی را مطالعه کنیم؟

شکی نیست که هر کس به شیوه‌ای خاص موضوعات مختلف را مطالعه می‌کند و نمی‌توان یک شیوه را برای مطالعه ریاضی به همه توصیه نمود. در این فصل توصیه‌های زیادی ارائه شده است. این کاملاً طبیعی است که شما با بعضی از آنها موافق نبوده و یا به جهت کمبود وقت قادر به انجام دادن همه آنها نباشید. تنها چیزی که از شما انتظار می‌رود این است که تا حد امکان سعی و تلاش کنید. هدف ما این است که با ارائه این توصیه‌ها به شما کمک کنیم که با توجه به کمبود وقت، بیشترین بهره را از تلاش خود داشته باشید.

کسانی که این فصل را می‌خوانند به دو دسته تقسیم می‌شوند، برای این دو دسته توصیه‌های زیادی در این فصل بیان شده است:

- دسته اول کسانی می‌باشند که از وضعیت ریاضی خود راضی هستند ولی علاقه‌مند هستند بدانند در این فصل چه گفته شده است. اگر شما یک سبک مطالعه مؤثر دارید و نمرات خوبی در درس ریاضی می‌گیرید، این فصل برای شما نیز ممکن است جالب باشد. حتی اگر نیازی نباشد که سبک مطالعاتی خود را تغییر دهید. مقایسه سبک مطالعاتی خود با توصیه‌های ارائه شده در این فصل، ممکن است برای شما مفید باشد.
- دسته دوم کسانی هستند که از وضعیت ریاضی خود ناراضی‌اند و می‌خواهند بدانند چگونه می‌توانند ریاضی خود را تقویت کنند.

اغلب کسانی که در ریاضی ضعیف هستند، متعلق به یکی از سه گروه زیر هستند:

- ۱- اولین و بزرگ‌ترین گروه، متشکل از کسانی است که سبک مطالعاتی خوبی ندارند و واقعاً نمی‌دانند چگونه باید ریاضی را مطالعه نمود. دانشجویان این گروه توصیه‌های ارائه شده در این فصل را بسیار مفید خواهند یافت. حتی اگر نتوانند به تمام توصیه‌ها عمل کنند، امیدواریم با پیروی از برخی از آنها سبک مطالعه ریاضی خود را بهبود بخشند.
- ۲- دومین گروه متشکل از کسانی است که روزانه چندین ساعت ریاضی مطالعه می‌کنند، اما احساس می‌کنند که دچار کمبود وقت هستند و در این درس به خوبی عمل نمی‌کنند. امیدواریم دانشجویان این گروه نیز با پیروی از این

توصیه‌ها و تغییر در سبک مطالعه خود، در استفاده بهینه از زمان موفق شوند؛ زیرا با مؤثرتر شدن مطالعه، زمان کم‌تری برای این کار نیاز خواهند داشت.

۳- گروه سوم کسانی هستند که وقت کافی برای مطالعه ریاضی صرف نمی‌کنند. دلایل متفاوتی برای این امر وجود دارد. بعضی از دانشجویان کار می‌کنند یا مشکلات خانوادگی باعث می‌شود تا آنها زمان لازم برای کسب موفقیت در ریاضی را صرف آن نکنند. صادقانه بگوییم برای این دسته، هیچ توصیه علمی نداریم جز اینکه امیدوار باشیم پس از مطالعه کل این فصل به سبک مطالعه مؤثری دست یابند. متأسفانه بخش عمده‌ای از دانشجویانی که به این گروه تعلق دارند خودشان متوجه این امر نیستند و در جای اشتباه به دنبال راه‌حل می‌گردند.

بعضی از دانشجویان نمی‌دانند چه مقدار وقت برای مطالعه ریاضی نیاز دارند و بسیاری دیگر نمی‌خواهند برای آن وقت صرف کنند و در عوض به موضوعات دیگری که برای آنها در زندگی مهم‌تر است، می‌پردازند. این شما هستید که باید تصمیم بگیرید، ولی باید متوجه باشید که اگر بخواهید درس ریاضی خود را با موفقیت پشت سر بگذارید، چاره‌ای به جز صرف وقت برای آن ندارید.

### چند توصیه روانشناسان برای آموختن ریاضیات:

در طول یک درس مواردی که انتظار می‌رود شما بیاموزید، عبارت‌اند از:

۱- حقیقت‌ها (دانستن چه چیزی)

۲- مهارت‌ها (دانستن چگونه)

به‌طورمثال، درست بودن رابطه مثلثاتی  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$  یک حقیقت است و یافتن سینوس زاویه ۷۵ درجه به کمک این رابطه مثلثاتی یک

مهارت است. حل کردن هم‌زمان دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  نیز یک

مهارت می‌باشد و دستور کرامر، یعنی  $x = \frac{cb' - c'b}{ab' - a'b}$  و  $y = \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b}$  برای حل

این دستگاه یک حقیقت است.

### آموختن حقیقت‌ها:

- به عنوان یک انسان، یک و فقط یک راه قابل اعتماد برای یاد گرفتن حقایق داریم. **آنها را با حقایق و موضوعات دیگر ارتباط دهیم.** برخی از این ارتباط‌ها عبارتند از:
  - الف) کشیدن تصاویر.
  - ب) ساختارهای منطقی (به دنبال کلمات «و»، «نه»، «اگر... آنگاه»، «هر / همه»، «وجود دارد» باشید).
  - ج) ایده‌های ریاضی دیگر.
 نوع دوم و سوم بیشتر توصیه می‌شوند. زیرا کمک می‌کنند که حقایق بعداً بهتر مورد استفاده قرار گیرند.
- اگر فقط سعی کنید یک حقیقت را یاد بگیرید، بهره‌ای نخواهید برد. کافی است آن حقیقت را با حقایق بیشتری ارتباط دهید. در این صورت آن حقیقت را سریع‌تر و عمیق‌تر خواهید آموخت. به‌طورمثال معادله درجه یک  $ax = b$  را با دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  ارتباط دهید. اگر قرار دهیم  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ،  $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$ ، در این صورت این دستگاه را می‌توان به کمک ضرب ماتریس‌ها به فرم  $AX = B$  بیان کرد. با توجه به شباهت و ارتباطی که  $ax = b$  و  $AX = B$  دارند، هر اطلاعاتی در مورد یکی را می‌توان در مورد دیگری نیز به کار برد. بدین ترتیب به درک بهتری از این دو نوع معادله خواهیم رسید.
- جلسات درسی مملو از حقایق می‌باشند. البته بسیاری از این حقایق به منظور آموختن در همان مقطع زمانی نیستند و شما در جلسات و یا حتی در ترم‌های بعدی آنها را درک خواهید کرد. بنابراین هیچگاه سعی نکنید کل مطالب یک جلسه درسی را به خاطر بسپارید. کافی است تعاریف و قضایا را به خاطر بسپارید.

## آموختن مهارت‌ها:

در آموختن یک مهارت دو مرحله وجود دارد:

مرحله اول: **داشتن یک دسته قوانین برای الگو قرار دادن**. مثال‌ها در یک جلسهٔ درسی برای تمرین الگو قرار دادن قوانین کلی ارائه شده در کلاس، مطرح می‌شوند.

مرحله دوم: **بکار بردن آن قوانین بدون نیاز به مراجعه به آنها در هر قدم**. باید همواره به دنبال رسیدن به مرحله دوم بود. زیرا که بخش‌های بیشتری از مغز را به نسبت مرحله اول بکار می‌گیرد. راننده‌ای را تصور کنید که اولین جلسهٔ رانندگی خود را تجربه می‌کند. قوانین کلی به او آموخته شده است. چنین شخصی در ابتدا برای تعویض دنده معمولاً خم شده و به کلاچ و دنده ماشین نگاه می‌کند. اما پس از اینکه در رانندگی مهارت پیدا کرد، بدون نگاه کردن به کلاچ و دنده رانندگی می‌کند. برای عبور از مرحله اول به مرحله دوم باید به این توصیه توجه داشت: **«هر چه می‌توانید مثال‌های بیشتری حل کنید. به مثال‌هایی که در جلسه درس مطرح می‌شوند، بسنده نکنید.»**

حل مسائل توسط دیگران و مشاهده نمودن آن و کپی‌برداری از آنها به هیچ وجه به یادگیری یک مهارت کمک نمی‌کند. در بهترین حالت، این امر صورت قوانین را در ذهن شما تثبیت می‌کند و یا اینکه برای شما روشن می‌سازد که در کدام مرحله از حل مسئله اشتباه کرده‌اید. اما هرگز شما را به مرحله دوم نزدیک نمی‌کند. معمولاً هر مهارتی بر اساس یک مهارت قبلی و ساده‌تر بنا می‌شود. اگر نمی‌توانید مهارتی را بیاموزید، ممکن است به این دلیل باشد که یکی از مراحل مورد نیاز را نمی‌دانید و یا بر آن تسلط کافی ندارید و یا اینکه نمی‌دانید چگونه تمام مراحل را یکجا کنار هم قرار دهید.

**توصیه‌ها:**

حال به توصیه‌ها می‌پردازیم. سعی شده است توصیه‌ها در قالب موضوعات خاصی مانند انجام دادن تکالیف، آماده شدن برای یک امتحان و ... ارائه شوند. می‌توان توصیه‌ها را در سه عنوان کلی زیر دسته‌بندی نمود:

**۱- ریاضی تماشای یک مسابقه ورزشی نیست.**

شما نمی‌توانید صرفاً با رفتن به کلاس ریاضی، نگاه کردن و گوش دادن به سخنرانی معلم، ریاضی را یاد بگیرید. برای یادگیری ریاضی باید به‌طور فعال در فرایند یادگیری شرکت کنید. باید در کلاس حضور داشته باشید و یادداشت‌های مناسبی از تدریس معلم بردارید. تمرینات را حل کنید حتی اگر معلم آنها را تحویل نگیرد. شما باید به‌طور منظم ریاضی بخوانید. نه اینکه فقط شب امتحان مشغول به مطالعه ریاضی شوید. به عبارت دیگر باید خودتان را در فرایند یادگیری درگیر کنید. واقعیت این است که بیشتر افراد برای کسب موفقیت در امتحان ریاضی نیاز دارند، تلاش فراوان کنند. معمولاً کسب موفقیت در درس ریاضی نیاز به تلاش بیشتری در مقایسه با کسب موفقیت در دروس غیر ریاضی دارد. اگر بخواهید فقط با صرف چند ساعت برای مطالعه، آن هم در روز قبل از امتحان، در دروس ریاضی نمره قبولی بگیرید، خودتان متوجه خواهید شد که این امر بسیار مشکل خواهد بود. اگر نخواهید خود را چه در کلاس و چه در بیرون از کلاس در یادگیری ریاضی درگیر کنید، نخواهید توانست در هیچ درس ریاضی نمره خوبی بگیرید.

**۲- سعی کنید تا اصول کلی را دریابید.**

شاید بتوان با حفظ کردن مجموعه‌ای از تاریخ‌ها، اسامی و روایدها در درس تاریخ موفق بود. اما برای کسب موفقیت در ریاضی علاوه بر نیاز به حفظ کردن برخی از فرمول‌ها، باید بفهمیم که چگونه می‌توان از این فرمول‌ها استفاده نمود. برخی از فرمول‌ها تحت شرایط خاصی برقرارند و برای بکارگیری درست آنها باید این شرایط را در نظر داشت. به‌طور مثال برای تعیین شیب یک خط راست ابتدا باید آن را به صورت استاندارد  $y = mx + h$  بنویسید و سپس بگویید ضریب  $x$ ، شیب این خط است. بدون در نظر گرفتن این شرط ممکن است شیب خط  $2x + 2y = 2$  را

برابر 2 بنویسید، در حالیکه جواب درست، برابر 1- است. بنابراین یا این فرمول و تعریف را به خاطر می‌سپارید و یا اینکه جواب اشتباه به دست می‌آورید!

برخی از فرمول‌ها از اجزای زیادی تشکیل شده‌اند و شما باید به درستی تشخیص دهید که در مسئله شما هر جزئی از فرمول، برابر چیست. اگر متوجه نشوید که چگونه باید از فرمول استفاده کنید و اصل کلی حاکم بر فرمول چیست، اغلب مشکل است که فرمول را به درستی استفاده کنید. برای مثال در درس ریاضی عمومی به خاطر سپاری فرمول انتگرال‌گیری جزء به جزء کار ساده‌ای است. اما اگر ندانید چگونه باید از این فرمول استفاده کنید و اجزاء را به‌طور مناسب انتخاب نکنید، متوجه خواهید شد که حفظ بودن فرمول انتگرال‌گیری جزء به جزء به تنهایی هیچ ارزشی ندارد.

### ۳- مطالب ریاضی به هم پیوسته‌اند.

باید همواره به خاطر داشت که دروس ریاضی به هم پیوسته‌اند. تقریباً هر کاری که در یک کلاس ریاضی انجام می‌دهید، مبتنی بر مطالبی است که قبلاً یاد گرفته‌اید. البته این موضوع فراتر از این است که بخشهای قبلی همین درس را باید بدانید. در واقع باید توشه‌ای از ریاضیات دبیرستان، راهنمایی و یا حتی ابتدایی را با خود داشته باشید. اگر در اعمال جبری کسرها مشکل داشته باشید، به‌طورحتم در اعمال جبری توابع گویا هم مشکل خواهید داشت. اگر در مثلثات مشکل داشته باشید، نمی‌توانید در درس ریاضی عمومی و یا در هر درس ریاضی که از مثلثات استفاده می‌کند، موفق باشید.

حال با در نظر داشتن سه عنوان کلی بالا، به موضوعات خاص می‌پردازیم. توجه داشته باشید که برخی از توصیه‌ها در چندین بخش آمده‌اند، این موضوع نشان دهنده اهمیت و چند جانبه بودن این گونه توصیه‌ها می‌باشد.

### توصیه‌هایی برای مطالعه ریاضیات:

توصیه‌های زیر یا به قدر کافی مهم بوده‌اند تا تحت یک عنوان مطرح شوند یا امکان مطرح کردن آنها در هیچ یک از بخش‌های دیگر وجود نداشته است.

- **در کلاس حضور داشته باشید.** به خاطر داشته باشید که مطالب ریاضی به هم مرتبطند. بنابراین اگر جلسه‌ای را از دست بدهید، مطالب مهمی که در جلسات بعدی مورد استفاده قرار خواهند گرفت را از دست خواهید داد.
- **سر وقت در کلاس حضور داشته باشید.** گاهی اوقات نکات مهم در همان چند دقیقه اول کلاس مطرح می‌شوند.
- **در کلاس خوب گوش دهید و ببینید.** گاهی اوقات نکات مهم روی تخته نوشته نمی‌شوند و معلم فقط آنها را شفاهی بیان می‌کند. به نکاتی که معلم روی آنها تأکید بیشتری دارد و از نظر او مهم می‌باشند، توجه بیشتری داشته باشید. هر چه موضوعی از نظر معلم مهم‌تر باشد، همان قدر احتمال اینکه در امتحان از آن موضوع سؤال مطرح گردد، بیشتر می‌شود.
- **یادداشتهای خوب و درست بردارید.** سعی کنید تمام نکاتی که معلم به آنها اشاره می‌کند را یادداشت کنید، تا پس از کلاس آنها را پردازش و نکات مهم را از بین آنها استخراج کنید. شاید به نظر برسد چون معلم به سادگی مسائل را حل می‌کند، بنابراین مسائل، ساده هستند. اما وقتی نوبت به شما می‌رسد که مسئله‌ای را حل کنید متوجه درجه دشواری آنها می‌شوید. مجموعه‌ای از یادداشتهای خوب به شما کمک می‌کند تا به خاطر آورید چگونه این مسائل حل می‌شوند. برای برخی از معلمین نوشتن تمام جزئیات حل مسئله دشوار است. در چنین مواردی باید تا آنجا که ممکن است یادداشت بردارید. البته هم‌زمان گوش دادن و یادداشت برداشتن کار سختی است (سخته ولی ممکنه!). می‌توانید با تمرین کردن و وضع قراردادهای شخصی بر این مشکل غلبه کنید. به‌طورمثال با استفاده از علائم ریاضی می‌توانید جملات را سریعتر یادداشت کنید و یا به‌طورمثال با خودتان قرار بگذارید «م» یعنی «مهم»، «م م» یعنی «خیلی مهم»، «؟» یعنی «نفهمیدم». باید در حین نوشتن نکات مهم، قادر به گوش کردن نیز باشید!

- **سؤال بکنید.** اگر چیزی را نفهمیدید از معلم بپرسید و از او بخواهید تا آن مطلب را بیشتر توضیح دهد. شما به خاطر همین امر در کلاس حضور دارید! در اغلب موارد شما یگانه کسی نیستید که آن مطلب را نفهمیده است. بنابراین با سؤال کردن، به دیگران نیز فرصت می‌دهید تا آن مطلب را بفهمند. البته با این امر به معلم خود نیز لطف کرده‌اید، زیرا او را متوجه کرده‌اید که آن مطلب را دانشجویان به‌طور کامل درک نکرده‌اند و نیاز به توضیح بیشتری دارد.
- **به سؤالات دیگران نیز گوش دهید.** زمانی که دانشجوی دیگری سؤال می‌کند، هم به سؤال او و هم به پاسخی که معلم به او می‌دهد، خوب گوش کنید. شاید آن سؤالی باشد که هیچگاه به ذهن شما خطور نکند و در عین حال مهم باشد.
- **یادداشت‌های خود را بعد از کلاس مرور کنید.** پس از هر جلسه درسی یادداشت‌های مربوط به آن جلسه را مرور کنید. موضوعاتی را که متوجه نمی‌شوید، یادداشت و آنها را در قالب چند سؤال مطرح کنید تا از معلم یا استاد حل تمرین خود بپرسید.
- **مجموعه‌ای از کارت‌های شاخص تهیه کنید.** بر روی کارت‌های کوچکی فرمول‌ها، مفاهیم، تعاریف و یا صورت قضایای مهم را بنویسید. این کارت‌ها را به همراه داشته باشید و در فرصت‌های آزاد که به‌دست می‌آورید، آنها را مرور کنید. با این روش فرمول‌ها و مفاهیم مهم را به خاطر بسپارید.
- **نمادگذاری‌های صحیح را بیاموزید.** معلمین فرض می‌کنند که شما نمادگذاری‌های صحیح را می‌دانید و اغلب روی این موضوع تأکید نمی‌کنند. به‌طورمثال  $\{-2\}$  و  $[-2]$  دارای دو معنی کاملاً متفاوت می‌باشند.
- **در یک گروه مطالعاتی عضو شوید.** اغلب، مطالعه در یک گروه برای دانشجویان مفید است. زیرا افراد از زوایای مختلفی به مسائل نگاه می‌کنند و ممکن است مسئله‌ای که برای شما سخت و دشوار به نظر می‌رسد، برای دیگری یک مسئله ساده باشد و یا به عکس.
- **تاریخ امتحانات و موعد تحویل تمرینات را در جایی یادداشت کنید که در معرض دید شما باشد.** این امر باعث می‌شود آنها را فراموش نکنید. دانشجویی به یک امتحان خود دیر رسید و به مراقب امتحان گفت:

«ببخشید ۱۰ دقیقه دیر رسیدم» و مراقب در جواب او گفت: «نه دخترم تو ۲۴ ساعت و ۱۰ دقیقه دیر آمده‌ای!»

- **زمان کافی برای مطالعه و حل تمرینات در نظر بگیرید.** به‌طورمعمول مطالعه ریاضی زمان بیشتری در مقایسه با مطالعه درس دیگر به خود اختصاص می‌دهد. به خاطر داشته باشید که حل تمرینات زمان بیشتری از آنچه که تصور می‌کنید از شما خواهد گرفت. با در نظر داشتن این نکته، برای مطالعه درس خود برنامه‌ریزی زمانی کنید.
- **تمرینات هر موضوع را پس از جلسه درسی آن موضوع حل کنید.** در پایان هر جلسه درسی، زمانی را برای نگاه کردن به صورت تمرینات آن بخش درس اختصاص دهید. سعی کنید برخی از آنها را حل کنید. بدین ترتیب فرصتی به‌دست می‌آورد تا متوجه شوید که آیا واقعاً موضوع آن جلسه را فهمیده‌اید یا نه. انجام دادن این کار را به دقایق آخر موعده تحویل تمرینات موکول نکنید. زیرا در این صورت حاصل کار یک مجموعه ناقص از حل تمرینات و همچنین یک مجموعه ناقص از مفاهیم است.
- **تمرینات را بدون استفاده از یادداشت‌هایتان و کتاب حل کنید.** پس از حل چند مسئله ابتدایی، کتاب و یادداشت‌هایتان را کنار بگذارید و سعی کنید تمرینات باقی‌مانده را بدون مراجعه به آنها حل کنید. در بیشتر امتحانات باید بدون کتاب و بدون هیچ اطلاعاتی دربارهٔ این که هر سؤال از کدام فصل انتخاب شده، به سؤالات پاسخ دهید. بنابراین سعی کنید به این موضوع عادت و خود را برای آن آماده کنید.
- **تمرین، تمرین، تمرین.** تمرینات بیشتری حل کنید. خودتان را محدود به تکالیف تحویلی معلم نکنید. هر چه تمرینات بیشتری حل کنید، به همان میزان موفقیت شما در ریاضی بیشتر خواهد بود. یگانه راه یادگرفتن نحوه حل کردن مسائل، این است که تعداد زیادی از آنها را حل کنید و بدین ترتیب آمادگی بهتری برای امتحان کسب نمایید.
- **پشتکار داشته باشید.** ممکن است همه مباحث مطرح شده در یک جلسه را با یک بار مطالعه نفهمید. برای درک و فهم کامل برخی از مباحث باید تلاش بیشتری کرد. گاهی تا چند مسئله در ارتباط با آن مباحث حل نکنید و به آنها

فکر نکنید، به درک واقعی آنها دست نخواهید یافت. گاهی پس از یک مدت کوتاه فکر کردن درباره مبحثی که گیج کننده به نظر می‌رسد، به ناگهان و به‌طورمعجزه آسایی آن مبحث روشن و ساده می‌شود.

- **تکالیف و امتحانات قدیمی را نگه دارید.** پس از اینکه معلم پاسخنامه امتحان و یا تکالیف بازبینی شده شما را تحویل داد، آنها را دور نریزید. زیرا این‌ها منبع خوبی برای سؤالات امتحان پایان ترم می‌باشند.
- **کتاب درسی خود را فراموش نکنید.** اگر می‌خواهید یکی از مباحث مطرح شده در کلاس را پیگیری کنید، فراموش نکنید که شما یک کتاب درسی دارید. به‌طورمعمول در کتاب درسی مثال‌های زیادی وجود دارد که ممکن است در کلاس به آنها پرداخته نشود و یا اینکه مثال‌های حل شده در کلاس با یک روش دیگر در کتاب درسی حل شده باشند.
- **رویکرد و روحیه خوبی داشته باشید.** همیشه به بهترین نحو کار خود را انجام دهید. فقط به گرفتن نمره قبولی فکر نکنید. زیرا این امر ممکن است برای شما مشکلاتی را ایجاد کند. به‌طورمثال کافی است با یک امتحان بد (به‌طورمثال امتحانی که در آن روی موضوعاتی که شما برای گرفتن نمره قبولی کافی دانسته‌اید، تأکید زیادی نشده باشد) مواجه شوید، در این صورت نتیجه کار رد شدن در آن درس خواهد بود. بنابراین سعی کنید برای بالاترین نمره، خود را آماده کنید.

#### توصیه‌هایی درباره یادداشت‌برداری:

- **در کلاس خوب گوش کنید.** فقط به نوشتن نکاتی که معلم بر روی تخته می‌نویسد، اکتفا نکنید. برخی از نکات مهم را معلم فقط به صورت شفاهی بیان می‌کند و بر روی تخته نمی‌نویسد.
- **تذکرات توضیحی را یادداشت کنید.** مطمئن شوید که تمام تذکرات توضیحی معلم را نوشته‌اید. معمولاً این تذکرات را معلم نمی‌نویسد و فقط برای توجیه استفاده از یک فرمول یا روش خاص برای حل یک مسئله و یا توضیح نحوه برخورد با یک دسته خاص از مسائل بیان می‌کند.

- **فرمول‌ها و مفاهیم مهم را یادداشت کنید.** اگر معلم روی یک فرمول یا مفهوم خاص تأکید نمود، با قرار دادن یک علامت در کنار آن، این اهمیت را برجسته کنید. سپس در مطالعات بعدی، سعی کنید خودتان دلیل اهمیت آن فرمول یا مفهوم خاص را دریابید.
- **از معلم خود بخواهید.** اگر قسمتی از نکات نوشته شده بر روی تخته واضح نیست، از معلم بخواهید تا آن قسمت را توضیح دهد.
- **مطالبی را که متوجه نمی‌شوید، علامت‌گذاری کنید.** اگر با مطلبی که معلم دارد بیان می‌کند، مشکل دارید، آن را در یک جا یادداشت کنید و یا حداقل کلمات کلیدی آن را یادداشت کنید. چند خط در جزوه خالی بگذارید تا پس از اینکه آن قسمت را متوجه شدید، در آن فضای خالی بنویسید.
- **یادداشت‌های خود را مرور و اصلاح کنید.** هر چه سریع‌تر پس از کلاس به یادداشت‌های خود مراجعه کنید. به دنبال اشتباهات و جا افتادگی‌ها باشید. مطالبی را که در کلاس به جهت کمبود وقت جا افتاده اند، بنویسید.
- **به‌طور منظم یادداشت‌هایتان را مرور کنید.** در بازه‌های زمانی منظم یادداشت‌های خودتان را مرور کنید، بدین ترتیب مطالب را آموخته و در ذهن خواهید داشت. به خاطر داشته باشید که همین مطالب است که در نهایت از شما خواسته می‌شود. بنابراین بهتر است، هر چه زودتر آنها را بیاموزید.

### کمک گرفتن:

هنگامی که با یک موضوع ریاضی مشکل دارید، کمک گرفتن یکی از مهم‌ترین مواردی است که در این زمینه می‌توانید انجام دهید. در این قسمت توصیه‌هایی برای کمک گرفتن ارائه می‌شود.

- **اگر احساس کردید نیاز به کمک دارید، کمک بخواهید.** اگر با کلاس ریاضی خود مشکل دارید چندین انتخاب دارید که می‌توانید از آنها بهره ببرید. می‌توانید در ساعات رفع اشکال به معلم خود مراجعه کنید (توجه داشته باشید که ساعات رفع اشکال برای همین منظور در نظر گرفته شده است.) و یا یک معلم خصوصی بگیرید.

- **به موقع کمک بخواهید.** کمک گرفتن را به آخرین دقیقه موکول نکنید. زمانی که درگیر حل یک مسئله هستید، بهترین زمان برای کمک گرفتن در مورد آن مسئله است. به خاطر داشته باشید که مطالب ریاضیات به هم پیوسته‌اند. اگر به موقع کمک نگیرید، کار را برای یادگیری مطالب بعدی دشوارتر می‌کنید.
- **سؤالات خوبی بکنید.** گفتن اینکه: «من این قسمت را نفهمیدم» راه خوبی برای کمک گرفتن نیست. ممکن است آن قسمت از چندین بخش تشکیل شده باشد. باید دقیقاً مشخص کنید کدام بخش را نفهمیده‌اید. آیا تمام بخش‌ها را نفهمیده‌اید و یا اینکه یک بخش خاص را نفهمیده‌اید؟ سؤال خود را به‌طور روشن در مورد آن بخش یا بخش‌هایی که نفهمیده‌اید، مطرح کنید.
- **تشخیص و درک مسئله نصف راه حل آن است.** زمانی که شما از کسی برای حل مسئله‌ای کمک می‌خواهید، باید سؤال شما اینگونه باشد: «چرا زمانی که من قوانین را به این شکل پی می‌گیرم به جواب غلط می‌رسم؟» هرگز اینگونه نپرسید: «من هنوز هم نمی‌توانم این نوع مسئله را حل کنم؛ لطفاً چند مثال دیگر در این زمینه برای من حل کنید.»
- **دست نوشته‌های خودتان را همراه خود داشته باشید.** به هنگام گرفتن کمک درباره یک سؤال دست نوشته‌های خود را که شامل راه‌حل‌هایی است که پی‌گرفته‌اید ولی به جواب نرسیده‌اند را به همراه داشته باشید. این امر به معلم کمک می‌کند که روی مواردی که شما اشتباه کرده‌اید، متمرکز شود.

### انجام دادن تکالیف:

- در این قسمت توصیه‌های کلی در ارتباط با بهره‌گیری بیشتر از تکالیف ارائه می‌شود و در بخش بعدی توصیه‌هایی در ارتباط با حل مسئله ارائه خواهد شد.
- **هدف از تعیین تکالیف را درک کنید.** معلمان برای تیره و تار ساختن زندگی شما، تکالیف را در نظر نمی‌گیرند. بلکه تکالیف را برای کمک به شما در یادگیری موضوعات مطرح شده در کلاس تعیین می‌کنند. با انجام دادن تکالیف، قدرت استدلال و مهارت حل مسئله شما تقویت می‌شود. به خاطر

داشته باشید که زمانیکه معلم مسائل را حل می‌کند، ممکن است به نظر برسد که مسائل بسیار ساده‌اند. اما زمانی که خودتان برای حل همان مسائل اقدام کنید، متوجه دشواری آنها خواهید شد.

- **تکالیفی که معلم معین کرده است را حل کنید.** برخی از دانشجویان به اشتباه تمرینات دیگری از کتاب را حل می‌کنند. این یکی از اشتباهات رایج است. به‌طورمثال اگر معلم تمرینات با شماره زوج را برای تکلیف در نظر گرفته است، مطمئن شوید که شماره تمرینات را رعایت کرده‌اید و تمرینات فرد را به او تحویل نداده‌اید. اگرچه حل تمرینات بیشتر، یکی از راه‌های کسب مهارت در ریاضیات است، تحویل دادن تمریناتی به غیر از آنچه معلم برای تکلیف تعیین کرده‌است، ممکن است نشان‌دهنده بی‌دقتی شما باشد. در ضمن موعد تحویل تکالیف را نیز در نظر داشته باشید و سعی کنید قبل از آن موعد، تکالیف را تحویل دهید.
- **هر چه سریعتر تکالیف را انجام دهید.** پس از هر جلسهٔ درسی در اولین فرصت، تکالیف را انجام دهید. زیرا مطالب هنوز در ذهن شما می‌باشند. انجام دادن تکالیف را به دقایق آخر موکول نکنید.
- **مجهز باشید.** به هنگام انجام دادن تکالیف تمام موارد مورد نیاز از قبیل جزوه، کتاب درسی و خودکار و ... را در کنار خود داشته باشد.
- **مرور کنید.** به جزوه درسی هر جلسه مراجعه کنید و مثال‌هایی که معلم حل کرده‌است را مرور کنید و مطمئن شوید که ایده اصلی هر بخش را فهمیده‌اید. به اشتباهات رایجی که معلم اشاره کرده است، توجه داشته باشید. همین موارد را با کتاب درسی خودتان انجام دهید.
- **از نرم‌افزارهای ریاضی استفاده کنید.** سعی کنید در انجام دادن تکالیف محاسباتی، از نرم‌افزارهای ریاضی مانند **میپل** استفاده کنید.
- **تمیز بنویسید.** این امر به معلم در تصحیح تکالیف تحویلی شما کمک می‌کند.
- **تمام جزئیات راه‌حل خودتان را ذکر کنید.** فقط به نوشتن جواب آخر اکتفا نکنید، بسیاری از معلمین چنین پاسخنامه‌هایی را قبول نمی‌کنند.

همچنین ذکر تمام جزئیات راه‌حل به شما در مرور مطالب برای امتحان پایان‌ترم کمک خواهد کرد.

- **راه‌حل‌های خود را بازبینی کنید.** همیشه برگردید و راه‌حل‌های خودتان را بررسی کنید و مطمئن شوید هیچ اشتباهی از قبیل اشتباهات محاسبه‌ای، استدلالی و ... مرتکب نشده‌اید.

### مهارت حل مسئله:

در این بخش توصیه‌هایی برای تقویت مهارت حل مسئله ارائه می‌گردد. فرایند حل مسئله متشکل از مراحل زیر می‌باشد. این رویکرد ۴ مرحله‌ای منسوب به ریاضی‌دان مشهور **جرج پولیا** می‌باشد که عبارت است از:

- ۱- خواندن و فهمیدن صحیح مسئله به منظور درک آنچه که مورد سؤال است.
- ۲- بکار بردن یک یا چند استراتژی حل مسئله در مرحله آغازین حل مسئله. برخی اوقات با اتخاذ یک روش، ممکن است به جواب نرسیم. در این حالت باید سعی کنیم مایوس نشویم. این مرحله یکی از مراحل حساس و زمان‌گیر است.
- ۳- نوشتن دقیق راه‌حل‌ها پس از حل شدن مسئله. مطمئن شدن از اینکه می‌توانیم این راه‌حل‌ها را به روشنی و بدون ابهام با دیگران به مباحثه بگذاریم.
- ۴- برگشتن به عقب و بررسی کارهایی که انجام داده‌ایم. باید مطمئن شویم که جواب ما صحیح است. (به روش‌های ابتکاری برای بررسی آن فکر کنید) همچنین در این مرحله باید به ارائه راه‌حل‌های دیگر مسئله و امکان تعمیم نتایج به‌دست آمده نیز پرداخت.

استراتژی‌های حل مسئله ما ممکن است شامل موارد زیر باشد:

- ترسیم یک نمودار یا یک شکل.
- بررسی موارد خاص و مثال‌های ساده‌تری از مسئله.
- بررسی مسائل مرتبط با مسئله.
- بررسی الگوهای مناسب.
- ترسیم جدولی برای داده‌ها و آنچه که درباره مسئله می‌دانیم.

- نامگذاری مجهولات مسئله و تبدیل شرایط آن به صورت معادلاتی بر حسب این مجهولات و یا به‌طور کلی‌تر، بکارگیری ابزارهای ریاضی که در جبر یا درسهای دیگر آموخته‌ایم.
  - تعیین زیر اهداف (من می‌توانم این مسئله را حل کنم، اگر بتوانم چنین و چنان کنم).
  - استفاده از روش آزمون و خطا که معمولاً روش «حدس بزن و سپس چک بکن» نامیده می‌شود.
  - استفاده از روش استدلال برعکس و به دنبال مثال نقض گشتن. اگر این مسئله غلط باشد، آنگاه چه اتفاقی می‌افتد؟
  - کنار گذاشتن روشهای معمول در حوزه آن مسئله و امتحان کردن روشی کاملاً متفاوت. (به‌طورمثال کنار گذاشتن روش حذفی و به‌کار بردن روش کرامر، روش معکوس ماتریس و یا حتی یک روش ابتکاری دیگر برای حل دستگاه معادلات خطی).
  - کنار گذاشتن مسئله برای مدتی و سپس مراجعه به آن.
- مطالب بالا در مورد فرایند حل مسئله را هر چند وقت یکبار مرور کنید.

حال به ارائه مثالی در مورد نحوه بکارگیری فرایند بالا در مورد حل مسئله‌ای در ریاضیات می‌پردازیم.

فرض کنید بخواهیم تعداد مربع‌های با اندازه‌های دلخواه را در یک صفحه شطرنج بیابیم. یعنی تمام  $64$  مربع کوچک، همچنین مربع‌های  $2 \times 2$  و مربع‌های  $3 \times 3$  تا بزرگ‌ترین مربع یعنی مربع  $8 \times 8$  (خود صفحه شطرنج). باید تصویری کشید تا متوجه بشویم که چه اتفاقی در حال جریان است. در اینجا بهتر است مسئله را با یک حالت کوچک‌تر یعنی صفحه شطرنجی که  $2 \times 2$  باشد، شروع کنیم. بدیهی است که در این حالت  $4$  مربع کوچک و یک مربع کلی وجود دارد و در نتیجه  $5 = 4 + 1$  مربع وجود دارد. حال صفحه شطرنجی را در نظر می‌گیریم که  $3 \times 3$  باشد. در این حالت  $9$  مربع کوچک،  $4$  مربع  $2 \times 2$  و یک مربع  $3 \times 3$  وجود دارد و در نتیجه  $14 = 9 + 4 + 1$  مربع وجود دارد. به نظر می‌رسد که الگویی در حال استخراج می‌باشد، یعنی با جمع کردن اعداد مربع کامل جواب به‌دست می‌آید. بنابراین حدس می‌زنیم که برای صفحه شطرنج  $4 \times 4$  تعداد مربع‌های موجود عبارت است از:  $30 = 16 + 9 + 4 + 1$ . حال یک صفحه شطرنج  $4 \times 4$  می‌کشیم و این حدس

خود را بررسی می‌کنیم. در واقع می‌توانیم ببینیم چه اتفاقی در حال جریان است. نحوه قرار گرفتن مربع  $K \times K$  بالایی در سمت چپ و در گوشه صفحه شطرنج  $4 \times 4$ ، با انتخاب هر یک از  $5-K$  ردیف اول و  $5-K$  ستون از صفحه به ازای  $K=1,2,3,4$  به دست می‌آید. بنابراین  $(5-K)^2$  مربع  $K \times K$  در یک صفحه شطرنجی  $4 \times 4$  وجود دارد و در نتیجه تعداد کل مربع‌های موجود عبارت خواهد بود از  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$ . بنابراین مسئله حل شده است و می‌توانیم یک جواب به همراه علت درستی آن ارائه دهیم. یعنی تعداد کل مربع‌های موجود در صفحه شطرنج عبارت خواهد بود از  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 8^2 = 204$ . در مرحله برگشتن به عقب (مرحله چهارم) متوجه می‌شویم که برای یک صفحه شطرنج  $n \times n$  تعداد مربع‌های موجود عبارت است از

$$\sum_{i=1}^n i^2$$

برای ادامه دادن و عمومی‌تر کردن نتایج راه حل به دست آمده، ممکن است سؤالاتی از این قبیل مطرح کنیم: تعداد مستطیل‌های موجود در صفحه شطرنج را بیابیم و یا اینکه به جای در نظر گرفتن صفحه شطرنج مربعی، صفحه شطرنجی مستطیل شکل را در نظر بگیریم و یا تعداد مثلث‌ها را در یک صفحه شطرنج مثلثی شکل بیابیم. و یا حتی به فضای ۳- بعدی برویم و تعداد مکعب‌ها را در یک مکعب بزرگ‌تر بشماریم.

### آماده شدن برای امتحان:

در این قسمت توصیه‌هایی برای کسب آمادگی برای امتحان ارائه می‌شود.

- از همان روز اول به فکر باشید. همواره باید برای امتحان بعدی آماده بود. هر روز کمی وقت برای این امر اختصاص دهید. حداقل ۲ یا ۳ روز قبل از روز امتحان مطالعه جدی خود را شروع کنید و منتظر شب امتحان نباشید.
- شب قبل از امتحان به خوبی استراحت کنید. سر حال بودن در روز امتحان برای کسب موفقیت در آزمون ضروری است.
- نرفتن به سراغ مهارت جدید. در زمان مرور نهایی جهت آماده شدن برای امتحان، نباید سعی کرد مهارت جدیدی را آموخت. مهارت‌هایی را که آموخته‌اید تمرین کنید، تا سرعت و اعتماد به نفس شما افزایش یابد.

- لیستی از مفاهیم و فرمول‌های مهم تهیه کنید. یادداشت‌های خود را مرور کنید و یک لیست کامل و دقیق از مفاهیم و فرمول‌های مهم بسازید. مطمئن شوید این فرمول‌ها را فهمیده‌اید و از آن مهم‌تر، اینکه می‌توانید آنها را به کار برید.
- تکالیف را مجدداً حل کنید. فقط به روخوانی جواب تکالیف و مسائل بسنده نکنید. بلکه از اول آنها را حل کنید. راه‌حل‌ها را به چندین مرحله تقسیم کنید تا به خاطر سپاری و یادگرفتن آنها ساده‌تر شود. مطمئن شوید که بدون نگاه کردن به راه‌حل‌ها می‌توانید آنها را حل کنید.
- مثال‌های جزوه و کتاب را مجدداً حل کنید. توجه داشته باشید که در اکثر کتاب‌ها در بخش پایانی هر فصل، یک قسمت خلاصه‌بندی آن فصل وجود دارد. معمولاً در این قسمت سؤالات زیادی وجود دارد. در ضمن در طول ترم معلم نیز سؤالاتی را در هر جلسه مطرح کرده‌است. این سؤالات را مجدداً خودتان حل کنید.
- ویژگیهای مشترک مسائل را بیابید. به هنگام انجام دادن تکالیف در طول ترم، می‌دانید که هر سؤال از کدام بخش کتاب یا جزوه طرح شده است. این امر به شما کمک می‌کند تا سرنخ‌هایی از راه‌حل‌ها به دست بیاورید. در حالیکه در یک امتحان، از چنین کمکی محروم هستید. بنابراین در هنگام مرور مسائل سعی کنید وجه مشترک سؤالات را بیابید تا در امتحان آنها را تشخیص دهید.
- الگوهای کلی را بیابید. نکات ارائه شده در جلسات درسی را به عنوان یک واحد کلی در نظر بگیرید. به شباهت‌ها و تفاوت‌های مباحث ارائه شده دقت کنید و به دنبال الگوهای کلی باشید که کدام بخش به بخش‌های دیگر وابسته است. مثلاً آیا ارتباطی بین مشتق و انتگرال وجود دارد؟ البته الگوهایی که شما خودتان یافته‌اید، بیشترین کمک را به شما خواهند کرد.
- یک امتحان آزمایشی برگزار کنید. مجموعه‌ای از سؤالات را جمع‌آوری کنید و به عنوان یک امتحان، در مدت زمانی معین، بدون استفاده از کتاب یا جزوه به آنها پاسخ دهید.
- ساختار کلی اثبات را بیاموزید. گاهی در امتحانات از شما خواسته می‌شود تا اثبات ارائه شده در جلسات درسی را بازنویسی کنید. برای انجام دادن بهتر

این کار، باید به این نکته توجه کنید: «سعی نکنید یک اثبات را حرف به حرف یاد بگیرید بلکه سعی کنید ساختار کلی اثبات را بیاموزید و سپس به تدریج به جزئیات برسید».

البته این روش، زمان بیشتری می‌گیرد. معمولاً در جلسات درسی معلم به این ساختارهای کلی اشاره می‌کند. اما این مهم است که خودتان ساختارهای کلی را بیابید و درک کنید. زیرا در این صورت این ساختارها را به راحتی و به درستی به کار خواهید برد. همانطوریکه به مرور به تجربه شما افزوده می‌شود، ساختارهای کلی مطرح شده در مورد موضوعات را نیز بهتر درک خواهید کرد.

### جلسه امتحان:

شرکت در جلسه امتحان یکی از مهم‌ترین کارهایی است که در یک کلاس ریاضی انجام می‌دهید و باید به بهترین نحو ممکن در آن ظاهر شوید. در این قسمت چندین توصیه برای با موفقیت پشت سر گذاشتن جلسه امتحان ارائه می‌کنیم.

- **راحت و آسوده باشید.** این اولین قدم برای کسب موفقیت در امتحان می‌باشد. در عین حال متأسفانه این امر یکی از سخت‌ترین کارهایی است که باید انجام دهید. هرچه مضطرب‌تر باشید، به همان میزان احتمال فراموش کردن فرمول‌ها و مفاهیم مهم، بالاتر می‌رود. بدترین حالت این است که از امتحان وحشت داشته باشید.
- **برنامه‌ریزی شده به سؤالات پاسخ دهید.** باید سه بار برگه سؤالات را بازبینی کنید. در بار اول به سراغ مسائلی بروید که مطمئن هستید جواب آنها را می‌توانید به دست آورید. در بار دوم باید مسائلی را در نظر بگیرید که فکر می‌کنید می‌توانید آنها را حل کنید، اما از این موضوع مطمئن هم نیستید. در بار آخر به سراغ سؤالات باقی‌مانده بروید. بدین ترتیب تمام امتیاز و نمره ممکن را به دست می‌آورید.
- **از زمان استفاده بهینه کنید.** به ساعت خود نگاه کنید. سعی نکنید نمره کامل یک سؤال را با صرف وقت زیاد و نامتعارف (مثلاً کل وقت امتحان را فقط به یک سؤال فکر کنید) روی آن سؤال به دست آورید! زیرا در این حالت زمان

- کافی برای پاسخگویی به مسائل دیگر در اختیار ندارید و بدین ترتیب فرصت حل کردن سؤالات ساده بعدی را از دست می‌دهید.
- **مسئله را برای مدتی کنار بگذارید.** اگر در حل کردن یک مسئله دچار مشکل شدید، نتایج کارتان را تا همان مرحله مرتب و تمیز بنویسید و مسئله را رها کنید. به مسئله دیگری بپردازید. مجدداً به آن مسئله قبلی مراجعه کنید و آن را کامل کنید.
  - **تمام جزئیات راه‌حل را در برگه پاسخنامه بیاورید.** تا حد ممکن تصحیح برگه امتحانی خودتان را برای معلم ساده کنید تا او دقیق‌تر شما را ارزیابی کند. در استدلال‌های خود دقت کنید. حتی اگر پاسخ شما غلط باشد، معمولاً معلم برای قسمتهای جزئی و درست راه‌حل شما نمره‌ای در نظر می‌گیرد. تشخیص اینکه آیا شما مسئله و جواب را فهمیده‌اید یا نه را به حدس معلم وا نگذارید، تمام جزئیات راه‌حل خودتان را بنویسید.
  - **هیچ سؤالی را بدون پاسخ نگذارید.** حتی اگر پاسخ کامل را نمی‌دانید، هر آنچه را که از سؤال فهمیده‌اید، بنویسید. زیرا ممکن است معلم برای همین جواب ناقص نیز نمره‌ای قائل شود. اما مطمئناً به سؤال بی‌پاسخ، هیچ نمره‌ای داده نخواهد شد.
  - **مسئله را خوب بخوانید.** قبل از اینکه شروع به پاسخگویی کنید، مطمئن شوید که صورت سؤال را خوب خوانده‌اید. اگر معلم از شما خواسته است جواب‌ها را به یک صورت خاصی بنویسید، مطمئن شوید که این کار را کرده‌اید.
  - **قبل از تحویل دادن برگه پاسخنامه، جواب‌های خود را مجدداً بررسی کنید.**